

1. ESCOLHA O TEMA

Sorte ou azar? Probabilidade!

2. HABILIDADE DA BNCC TRABALHADA

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

3. OBJETOS DE CONHECIMENTO

Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.

4. DURAÇÃO

Quatro aulas.

5. DESENVOLVIMENTO

AULA 1: INTRODUÇÃO

Exiba para os alunos o seguinte vídeo:

Isto é Matemática T01E08. Sorte, azar ou matemática. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=LO-S9ACZ4E5w>>. Acesso em: set. 2019.

Como é apresentado em português lusitano, ele pode gerar pequenas dificuldades de entendimento aos alunos, mas como tem apenas sete minutos e não busca desenvolver nenhum conteúdo que demande muita concentração, com algumas pausas para possíveis explicações, é de fácil compreensão.

Após a exibição do vídeo, pergunte aos alunos:

1. O que vocês entendem por probabilidade?
2. O que são fenômenos aleatórios?
3. De quais formas podemos representar a probabilidade de algo acontecer?

Retomando alguns conceitos

A partir dessas questões e das respostas dos alunos, discuta com eles como, implicitamente, a probabilidade está presente em suas vidas. Apresente alguns exemplos, como: quando procuram decidir se devem levar

casaco ou guarda-chuva ao sair de casa, pensam em quais as chances de fazer frio ou chover naquele dia; quando alguém aposta na loteria, contando com a sorte para ganhar o prêmio máximo; ao se definir quem começa em um jogo por meio de “par ou ímpar” ou “papel, tesoura ou pedra”, entre outros. Nessas e em várias outras situações, que até fogem do cotidiano da maioria (como mercado financeiro, investimento em uma empresa etc.), a probabilidade está envolvida.

A probabilidade nada mais é do que buscar determinar quais as chances de algo acontecer quando não se consegue determinar com certeza qual o resultado final de um experimento ou uma situação.

Ressalte para os alunos, anotando na lousa se julgar necessário, que fenômenos ou **experimentos aleatórios** são aqueles em que não é possível determinar com certeza o resultado, como, ao jogar uma moeda, determinar qual face ficará voltada para cima, ou determinar que número ficará voltado para cima ao jogar um dado.

Não se pode afirmar com certeza qual face do dado cairá virada pra cima, mas com a probabilidade pode-se calcular ou estimar quais as chances de ser a face de número três, por exemplo. Se existem seis faces diferentes, a chance de sair a de número três é uma em seis.

O mesmo acontece com a moeda: são duas as possibilidades: cara ou coroa. Assim, a chance de sair cara é uma em duas. Podemos expressar essa probabilidade usando frações ($\frac{1}{2}$), um número decimal (0,5), ou porcentagem (50%). Apresente esses dois exemplos na lousa ou projete, mostrando quais as possibilidades de faces diferentes saírem e qual a probabilidade.

Após ter retomado esses conceitos com os alunos, proponha que resolvam as seguintes situações: ao se sortear o nome de um aluno aleatoriamente na sala, qual a probabilidade de ser um menino? E menina? Qual a probabilidade de ser um aluno destro? E canhoto?

O objetivo é observarem que, se houver mais meninos na turma, a chance de um menino ser sorteado é maior. O mesmo acontece se houver mais meninas. No geral, a quantidade de meninos e meninas é bem parecida, porém diferente. Se for igual, a probabilidade de um menino ser sorteado é igual ao de uma menina.

Sobre ser destro ou canhoto, devem perceber também que a resposta depende de haver mais destros ou canhotos na sala. No geral, há mais destros, então a chance de um aluno destro ser sorteado é maior.

AULA 2: ATIVIDADE EM GRUPO – PARTE 1

Para esta atividade, peça, com antecedência, aos alunos que tragam moedas e dados. No dia da aula, proponha que se organizem em grupos de seis integrantes. Inicialmente, cada grupo deve se subdividir em duplas, e cada uma delas deve ter uma moeda e um dado.

Com a moeda, cada dupla deve fazer dez lançamentos e registrar quantas vezes saiu cara e quantas vezes saiu coroa. Devem fazer o mesmo processo com o dado, registrando vinte lançamentos e a face que saiu para cima em cada um deles.

Peça que comparem seus resultados com os das outras duplas do mesmo grupo, discutindo por que chegaram a valores diferentes.

Aula expositiva: A partir dos experimentos e resultados anteriores, retome e apresente mais alguns conceitos importantes. Inicialmente, pergunte aos alunos:

1. No lançamento do dado, quantas vezes saiu um número menor que quatro? Quantas vezes caiu um número maior ou igual a quatro?
2. No lançamento do dado, é possível sair um número maior do que seis?
3. Quais são os resultados possíveis no lançamento de um dado? E no lançamento de uma moeda?

A partir do terceiro item, retome o que é espaço amostral de um experimento, dando o exemplo dos resultados possíveis no lançamento do dado e no lançamento da moeda. Apresente mais um ou dois exemplos bem simples, perguntando qual é o espaço amostral de tal experimento.

Apoiando-se nas respostas apresentadas pelos alunos no primeiro item, relembre o que é um evento (um subconjunto do espaço amostral); o que são eventos independentes e o que são eventos complementares. Com base no segundo item, discuta o que é um evento impossível.

AULAS 3 E 4

Frequência relativa (ou probabilidade frequentista) e a probabilidade clássica

Discuta com os alunos o que é a frequência relativa de um experimento. Faça uma tabela na lousa com os dados que cada dupla registrou no lançamento do dado, anotando apenas o total de lançamentos de todas as duplas na sala e quantas vezes saiu cada face.

Frequência relativa é a comparação entre a frequência de um evento e o total de repetições do experimento. Nesse momento, comente que saber só a frequência e não o total de repetições não é uma informação relevante. O valor da frequência relativa pode variar entre zero e um e é considerada uma estimativa da probabilidade de um evento, também chamada de **probabilidade frequentista**.

Por exemplo, se o total de lançamentos de dados de todas as duplas foi trezentos e o número 3 saiu 60 vezes, a frequência relativa da face 3 é $\frac{60}{300}$ ou $\frac{1}{5}$. Pode-se estimar que a probabilidade de sair a face de número três é de 20%.

Nesse momento, construa uma tabela na lousa com os dados que os alunos registraram no lançamento do dado, anotando a frequência relativa de cada face em fração e porcentagem. Explique o que significam esses valores (que em 20% dos lançamentos saiu a face 3, por exemplo).

Retome o que é e como calcular a probabilidade clássica – dê bastante destaque para isso, registre na lousa e peça que anotem.

Peça aos alunos que calculem a frequência relativa de sair a face três usando apenas os dados de sua dupla e, depois, do grupo todo. Peça também que calculem a probabilidade clássica e discutam as diferenças entre esses valores. Comente que, com um número maior de mais repetições de um experimento, a tendência é a frequência relativa se aproximar da probabilidade clássica.

ATIVIDADE EM GRUPO – PARTE 2

Decidir algo por meio de “par ou ímpar” é algo muito comum em brincadeiras infantis, portanto, é provável que os alunos estejam acostumados a isso. Pergunte a eles se acham que a chance de ganhar é igual para quem escolhe par e para quem escolhe ímpar. Depois de apresentarem sua resposta, proponha que joguem dez vezes “par ou ímpar” com sua dupla, registrando se o vencedor foi quem escolheu par ou quem escolheu ímpar. Ao final, devem comparar com os colegas no grupo se tiveram os mesmos resultados e observar as diferenças.

Outra brincadeira bastante comum em jogos infantis é “papel, tesoura ou pedra”. Pergunte a eles se acham que os dois jogadores têm a mesma chance de ganhar e, em seguida, proponha que também joguem dez vezes, registrando qual jogador ganhou.

Como último experimento, peça aos alunos que cortem dez pedaços de uma folha e anotem em cada pedaço um número de 1 a 10. Devem dobrar e colocar em uma sacola, um boné, uma caixa ou qualquer objeto de cumpra o objetivo de acolher os papéis para sorteio. Devem sortear um papel, registrar o número sorteado e devolvê-lo novamente para o objeto. Peça que repitam esse processo 20 vezes e construam uma tabela com os resultados. Após isso, peça que façam a atividade descrita a seguir em dupla, em uma folha à parte, e lhe entreguem esse trabalho ao final:

1. Considerando o jogo “par ou ímpar”:

- Qual foi a frequência relativa em que o “par” ganhou no “par ou ímpar”, considerando apenas os resultados em sua dupla? Qual foi essa frequência considerando os resultados de seu grupo?
- Construa uma tabela com o espaço amostral desse experimento e quem vence em cada situação. Determine qual a probabilidade de quem escolheu par vencer (usando a probabilidade clássica).
- Os valores da frequência relativa são diferentes da probabilidade clássica? Se sim, por que são diferentes e como a frequência relativa pode se aproximar da probabilidade clássica?

2. Considerando o jogo de “papel, tesoura ou pedra”, construa uma tabela com o espaço amostral desse experimento e determine a probabilidade de cada jogador vencer ou de dar empate.

3. Considerando o sorteio dos números realizado no último experimento:

- Faça uma tabela com a frequência relativa de cada evento, considerando os resultados de sua dupla em uma coluna e os resultados do grupo em outra. Em uma terceira coluna, coloque a probabilidade (clássica) de cada um desses eventos.
- Imagine que você e sua dupla decidiram fazer um jogo, em que um ganha se sair um número múltiplo de três e o outro ganha se sair um múltiplo de quatro ou cinco. Os dois têm a mesma chance de vencer? Calcule a probabilidade de cada um vencer e a de dar empate.
- Calcule a probabilidade de sair um número primo no experimento solicitado no item **b** e compare com a frequência relativa em que saiu um número primo.

6. RECURSOS

Lousa, projetor, dados e moedas.

7. METODOLOGIA

Etapa 1: Apresentação e análise do vídeo “Sorte, azar ou matemática”.

Etapa 2: Aula expositiva – introdução.

Etapa 3: Atividade em grupo.

Etapa 4: Aula expositiva e discussão.

Etapa 5: Aula expositiva e construção de tabela.

Etapa 6: Atividade em grupo.

Etapa 7: Atividade avaliativa.

8. AVALIAÇÃO

Analise a atividade feita em duplas pelos alunos para avaliar o nível de compreensão que tiveram do assunto. É importante que discuta com eles as respostas na aula seguinte, corrigindo os erros e retomando alguns conceitos, se necessário. Também seria interessante a realização de uma atividade avaliativa individual.